Domácí úkol ze cvičení 12.

---

1. a) Ukažte, že rovnicí $x^2 - y^3 + x^2 y - 1 = 0$ (*)
 a podmínkou $y(1) = 0$ je definována v okolí bodu $(1,0)$ implicitní funkce $y = y(x)$.
 b) Vypočítejte $y'(1)$ a $y''(1)$.
 c) Napište rovnici tečny ke křivce, dané rovnicí (*), v bodě $(1,0)$.
 d) Aproximujte funkci $y(x)$ v okolí bodu $x_0 = 1$ Taylorovým polynomem 2.stupně.

---

2. a) Je dána rovnice $e^{z-2x} - xz + 2yz - 2y - xy^2 = 0$.
 Ukažte, že touto rovnicí je definována implicitně funkce $z = z(x,y) \in C^1(U(1,1))$,
 pro kterou je $z(1,1) = 2$.
 b) Určete $\frac{\partial z}{\partial x}(1,1)$, $\frac{\partial z}{\partial y}(1,1)$ a $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(1,1)$.
 c) Pomocí lineární aproximace určete přibližně hodnoty $z(x,y)$ v okolí bodu $(1,1)$.

---

3. a) Nechť funkce F(x, *y*, *z*) má spojité parciální derivace prvního řádu v okolí bodu (x_0, y_0, z_0)
 a nechť platí $F(x_0, y_0, z_0) = 0$. Odvoďte rovnici tečné roviny k ploše, dané rovnicí
 $F(x, y, z) = 0$, v bodě (x_0, y_0, z_0) za předpokladu, že aspoň jedna z parciálních derivací 1.řádu
 funkce F je v bodě (x_0, y_0, z_0) nenulová.

 b) Napište rovnici tečné roviny a vektorovou rovnici normály v bodě (1, 2, -1) k ploše, dané rovnicí

$$x^3 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0 \ .$$
